mathniversity®
promovemos o teu sucesso na matemática

Proposta de Resolução do Exame Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Cód. 835 - 1ª Fase, 19 de Junho 2012

1.

1.1. Aplicando o **método de Hondt**:

Efetuando-se as divisões do número de votos de cada partido por 1, 2, 3, 4, 5 e 6, obtêm-se os seguintes valores:

Partido	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
Número de votos	**23023**	**13245**	**12345**	**2564**	**2543**	**2463**
Divisão por 1	23023	13245	12345	2564	2543	2463
Divisão por 2	11511,5	6622,5	6172,5	1282	1271,5	1231,5
Divisão por 3	7674,3	4415	4115	854,7	847,7	821
Divisão por 4	5755,8	3311,3	3086,3	641	635,8	615,8
Divisão por 5	4604,6	2649	2469	512,8	508,6	492,6
Divisão por 6	3837,2	2207,5	2057,5	427,3	423,8	410,5

pelo que a distribuição dos 10 mandatos por cada partido é:

- Partido A: 5 mandatos
- Partido B: 3 mandatos
- Partido C: 2 mandatos

Aplicando o **método de Saint-Laguë**:

Efetuando-se as divisões do número de votos de cada partido por 1, 3, 5, 7 e 9, obtêm-se os seguintes valores:

Partido	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
Número de votos	**23023**	**13245**	**12345**	**2564**	**2543**	**2463**
Divisão por 1	23023	13245	12345	2564	2543	2463
Divisão por 3	7674,3	4415	4115	854,7	847,7	821
Divisão por 5	4604,6	2649	2469	512,8	508,6	492,6
Divisão por 7	3289	1892,1	1763,6	366,3	363,3	351,9
Divisão por 9	2558,1	1471,7	1371,7	284,9	282,6	273,7

pelo que a distribuição dos 10 mandatos por cada partido é:

- Partido A: 4 mandatos
- Partido B: 3 mandatos
- Partido C: 2 mandatos
- Partido D: 1 mandato

Da análise da aplicação dos dois métodos, pode concluir-se que a Maria tem razão, pois o método Saint-Laguë, determina a atribuição de menos um mandato ao partido mais votado e da atribuição desse mandato a um dos partidos menos votados, no caso o partido D

1.2. Aplicando o método de Hamilton para a atribuição de 10 mandatos:

Cálculo do divisor padrão (DP):

Partido	A	B	C	D	E	F	Soma
Número de votos	23023	13245	12345	2564	2543	2463	56183

$$DP = \frac{56183}{10}$$

Cálculo da quota padrão:

Partido	A	B	C	D	E	F
Número de votos	23023	13245	12345	2564	2543	2463
Quota padrão	4,0524	2,3313	2,1729	0,4513	0,4476	0,4335

pelo que a distribuição dos 10 mandatos por cada partido é:

- Partido A: 4 mandatos
- Partido B: 2 mandatos
- Partido C: 2 mandatos

como faltam atribuir dois mandatos, e os partidos com maior parte decimal nas respetivas quota padrão são os partidos D e E, os restantes mandatos são-lhes atribuídos:

- Partido D: 1 mandato
- Partido E: 1 mandato

Aplicando o método de Hamilton para a atribuição de 12 mandatos:

Cálculo do divisor padrão (DP):

$$DP = \frac{56183}{12}$$

Cálculo da quota padrão:

Partido	A	B	C	D	E	F
Número de votos	23023	13245	12345	2564	2543	2463
Quota padrão	4,9174	2,8290	2,6367	0,5476	0,5432	0,5261

pelo que a distribuição dos mandatos por cada partido é, numa primeira fase:

- Partido A: 4 mandatos
- Partido B: 2 mandatos
- Partido C: 2 mandatos

faltam atribuir quatro mandatos. Como os 4 partidos com maior parte decimal nas respetivas quota padrão são os partidos A, B, C e D, os restantes mandatos são-lhes atribuídos:

- Partido A: 1 mandato
- Partido B: 1 mandato
- Partido C: 1 mandato
- Partido D: 1 mandato

Assim o total de mandatos por partido é:

- Partido A: 5 mandatos
- Partido B: 3 mandatos
- Partido C: 3 mandatos
- Partido D: 1 mandato

De acordo com os cálculos apresentados o candidato do partido E será eleito caso sejam atribuídos 10 mandatos e não será eleito se forem atribuídos 12 mandatos, pelo que o autor da afirmação é candidato do partido E.

2. De acordo com o enunciado, o intervalo de confiança apresentado ($]160,178[$), foi definido de acordo com um desvio padrão amostral ($s = 29$), para um nível de confiança de 95%, a que corresponde um valor de $z = 1,960$ e uma amostra de dimensão 40 ($n = 40$). Sabemos ainda que a média amostral é o valor médio do intervalo definido ($\bar{x} = \frac{178+160}{2} = 169$).

Assim o intervalo de confiança para um nível de confiança de 99%, para a mesma amostra resulta dos valores:

- $\overline{x} = 169$
- $s = 29$
- $z = 2,576$
- $n = 40$

$$\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[= \left]169 - 2.576\frac{29}{\sqrt{40}}, 169 + 2.576\frac{29}{\sqrt{40}}\right[= \left]157,188;180,812\right[$$

Arredondando às unidades, o intervalo de confiança para um nível de confiança de 99% é $\left]157;181\right[$.

3.

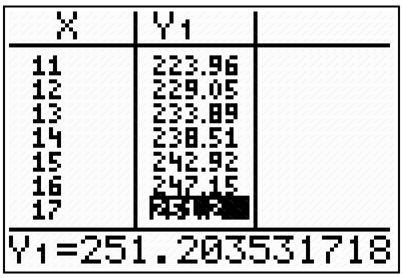
3.1. De acordo com os dados do enunciado, t corresponde ao número de anos que decorreram após o final de 2006. Logo, em 2018 terão decorrido $2018 - 2006 = 12$ anos.

Assim o número de unidades que serão recolhidos em 2018 é dado por:

$$A(12) = 100\ln\left(4 + 0,49 \times 12\right) \approx 229,051$$

Pelo que o valor aproximado de unidades de sangue a recolher em 2018 é de aproximadamente 229 milhares.

3.2. Recorrendo à tabela de valores da função:



É possível afirmar que o primeiro ano em que serão recolhidas mais de 250 milhares, ocorre 17 anos após o ano de 2006, ou seja, em $2006 + 17 = 2023$.

3.3.

		Em 2010	Em 2011
Preço base do veículo (1) (em euros)		18 014,40	18 014,40
Imposto sobre cilindrada do veículo (2) (em euros)	1598 cc	1934	$1598 \times 4,34 - 4964,37 =$ $= 1970,95$
Imposto sobre emissões CO_2 Combustível: gasóleo (3) (em euros)	119 g/Km	1372	$119 \times 49,16 - 4450,15 =$ $= 1399,89$
Total ISV: (4)=(2)+(3)		$1934 + 1372 =$ $= 3306$	$1970,95 + 1399,89 =$ $= 3370,84$
Soma (1)+(4)		$18014,40 + 3306 =$ $= 21320,4$	$18014,40 + 3370,84 =$ $=21385,24$
Taxa de IVA a aplicar sobre a soma		21%	23%
Total do IVA (5)		$21320,4 \times 0,21 =$ $= 4477,28$	$21385,2 \times 0,23 =$ $= 4918,61$
Preço de venda ao público (1)+(4)+(5) (em euros)		$18014,40 + 3306 + 4477,28 =$ $= 25797,68$	$18014,40 + 3370,84 + 4918,61 =$ $= 26303,85$

Assim a diferença de preço de venda ao público deste veículo, entre 2011e 2010 é de:

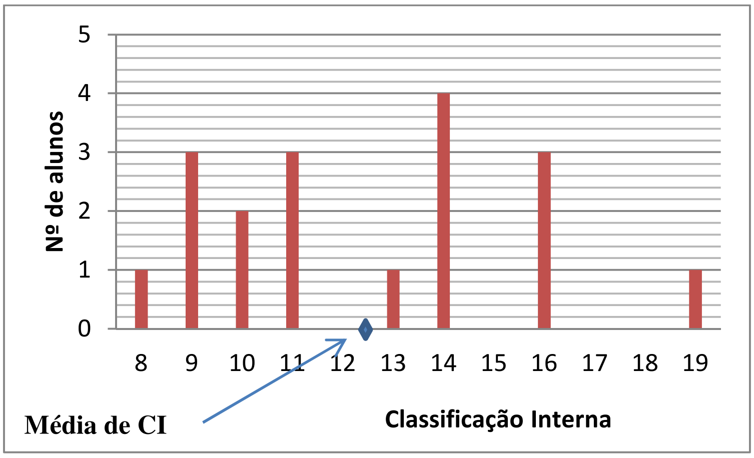
26303,85 – 25797,68 = 506,17euros.

4.

4.1. Elaborando uma tabela de frequências, obtém-se:

Classificação Interna (CI)	Nº de alunos
8	1
9	3
10	2
11	3
12	
13	1
14	4
15	
16	3
17	
18	
19	1
Total	18 alunos

O que corresponde ao seguinte diagrama de barras:



Inserindo os valores de CI numa lista na calculadora obtém-se:

$$\text{Média de CI} \approx 12{,}4\ valores$$

Como é possível verificar através da posição da média no diagrama de barras, representada pelo símbolo ♦ , mostra que os valores se encontram razoavelmente dispersos em relação à média e como tal esta não parece ser um bom representante deste conjunto de dados.

4.2. Inserindo numa das listas da calculadora os valores relativos à classificação interna (CI) e noutra lista os correspondentes valores das classificações obtidas no exame nacional (CE), fazendo a regressão linear, obtém-se para valores do coeficiente de correlação

Sem o aluno nº14 ⇨ $r \approx 0{,}913$

Com o aluno nº14 ⇨ $r \approx 0{,}439$

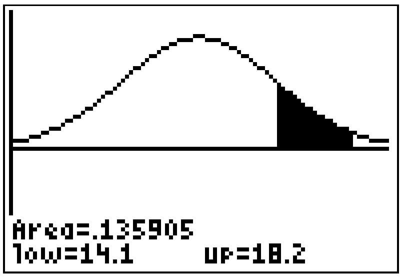
Assim, podemos concluir que a afirmação da aluna é verdadeira uma vez que o coeficiente de correlação passa de 0,439 (associação fraca) a 0,913 (associação forte).

4.3. Usando a reta de regressão como modelo temos que a estimativa da classificação no exame é dada por:

$y = 1{,}0927 \times 12 - 1{,}8476$, ou seja, $y \approx 11{,}2648$.

Pelo que, de acordo com o modelo, a estimativa da classificação de exame para o aluno é de 11,3 valores

4.4. Recorrendo à representação gráfica da distribuição normal e às capacidades da calculadora gráfica, obtém-se:



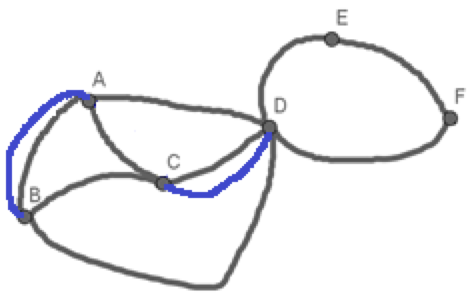
Sendo que 14,1 = $\mu + \sigma$ e que 18,2 = $\mu + 2\sigma$

Temos que a probabilidade pedida é de aproximadamente 13,59%.

5.

5.1 O Carlos tem razão porque para passar em todos os trajetos sem repetir nenhum, o grafo deve admitir um circuito euleriano, o que só acontece se todos os vértices tiverem grau par e se o grafo for conexo, como afirma o Teorema de Euler. Embora o grafo seja conexo, os vértices A, B, C e D têm grau ímpar (3,3,3 e 5, respetivamente), logo não é possível definir um percurso que contemple todos os trajetos sem repetir nenhum.

Desta forma duplicando as arestas AB e CD todos os vértices ficam com grau par, possibilitando que seja definido um percurso que permita percorrer todos os trajetos. Apresenta-se a seguir o grafo correspondente:



4.5. Considerando os acontecimentos:

A: «O atleta beber água no posto *A*»

D: «O atleta beber água no posto *D*»

e de acordo com os dados do enunciado, sabemos que:

$P(D \mid A)=\frac{9}{10}$ e que $P(D \cap A)=\frac{3}{5}$. Pretende-se calcular $P(A)$.

Como $P(D \mid A)=\frac{P(D \cap A)}{P(A)} \Leftrightarrow P(A)=\frac{P(D \cap A)}{P(D \mid A)}$ temos que:

$$P(A)=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{10}}=\frac{30}{45}=\frac{2}{3}$$

Assim a probabilidade de o atleta ter bebido água no posto *A* é de $\frac{2}{3}$.